NIVELAMENTO LEGO 2

AULA 5

FUNÇÕES

Domínio (inputs possíveis) $x \to \boxed{2x+3} \to y$ Imagem (outputs possíveis)

Existem, evidentemente, funções que não aceitam qualquer input. $1/x$, por exemplo, não aceita $x=0$.

LIMITE

, ou o valor para o qual estamos tendendo.

Suponha $f(x) = \frac{1}{x}$. $\lim_{x\to 3} \frac{1}{x}$?

x	y
1	1
2	0.5
2,5	0.4
2,9	0.3448...

$\lim_{x\to 3} \frac{1}{x} = 1/3$

Quando dizemos que o limite de $f(x)$ em $x=a$ é L, estamos afirmando que os valores de $f(x)$ se aproximam de a por ambos os lados.

$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}$

x	y
0.5	2
0.1	10
0.001	1000

$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

x	y
-0,5	-2
-0.1	-10
-0.001	-1000

Agora:

$\lim_{x\to \infty^+} \frac{1}{x} = 0$, $\lim_{x\to \infty^-} \frac{1}{x} = 0$

Em funções contínuas bem comportadas, substituir $x=a$ já dá o limite. Ele é útil quando algo dá errado em algum ponto.

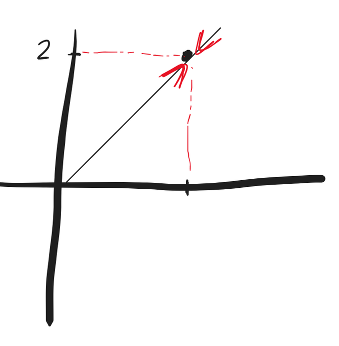
ACEITA QUALQUER NÚMERO NO DOMÍNIO

Veja $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$. O ponto onde $x=1$ é um buraco; ela é descontínua neste ponto.

$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-1}{x-1} \Rightarrow \lim_{x\to 1^+} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}} = \lim_{x\to 1^+} (x+1) = 2$

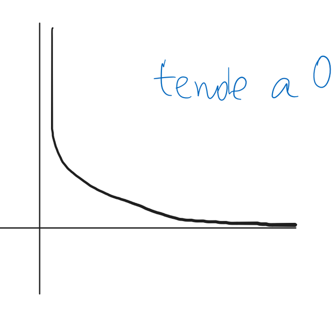
e o mesmo vale para $x \to 1^-$.

De fato, observe o gráfico:



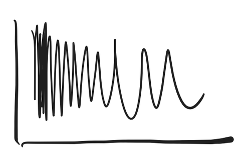
* só existe limite bilateral quando nos aproximamos do mesmo número pela esquerda e pela direita.

$\lim_{x\to \infty^+} e^{-x} \Rightarrow$



tende a 0, mas não é zero.

$\text{sen}(1/x) =$



LIMITE $\nexists$

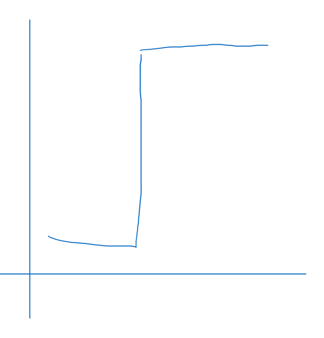
Exercícios

1. Olhe o gráfico de $\cancel{\frac{x^2-1}{x-1}}$ $x^2-4/x-2$. Qual é o **limite** em $x = 1$? E o **valor da função** no ponto?
2. No gráfico do **degrau**, o limite bilateral em 0 existe? E os limites laterais?
3. Em $1/(x-1)$, descreva o que acontece quando $x \to 1^-$ e $x \to 1^+$.
4. Use a figura do **aperto** para justificar por que $x\sin(1/x) \to 0$.
5. Para e^{-x}, qual é o limite quando $x \to +\infty$?
6. Para $\sqrt{x}$, qual limite consideramos em 0 e por quê?

1 $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} \Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}} = 4$

A função, no entanto, não admite $x=2$.

2



bilateral não existe, mas os laterais existem.

3 $\frac{1}{(x-1)}$. $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{x-1} \Rightarrow$ quando nos aproximamos por valores > 1, ∞^+

$\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{x-1} \Rightarrow$ quando nos aproximamos por valores < 1, ∞^-

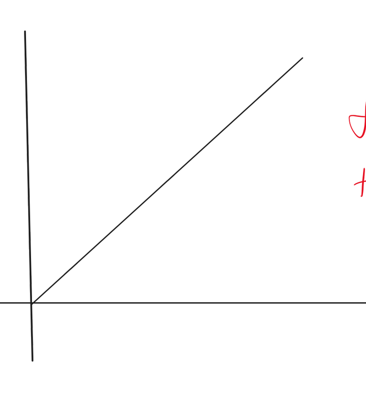
5 $\lim_{x\to +\infty} e^{-x} = 0$, intuitivamente. $\lim_{x\to \infty^+} e^{-x} = \lim_{x\to \infty^+} \frac{e}{x}$

6 $\lim_{x\to 0} \sqrt{x}$. Note, nesse caso, que não há limite bilateral, porque $\sqrt{x}$ não aceita números menores do que 0.

I.e., os domínios são os $\mathbb{R}^+$.

DERIVADA

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.



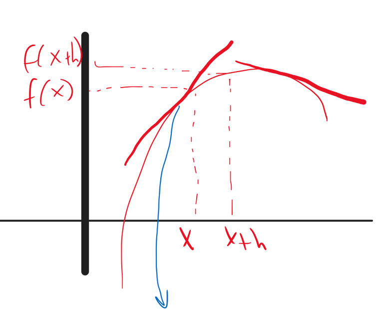
o gráfico de uma função é o conjunto de todos os inputs possíveis e seus respectivos outputs.

A grande pergunta da derivada é: quando eu aumento x em uma unidade, quando y varia?

É uma inclinação da reta em um particular ponto.

$\lim_{x_0\to x_1} \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0} \Rightarrow \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

e se eu pegasse uma função qualquer e adicionar h?



tangente.

$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

E se h fosse MUITO PEQUENO?

ie, tendendo a zero